## **9. évfolyam**

A 9–10. évfolyamon a korábbi képzési szakaszok során megszerzett ismeretekre és kialakított készségekre, képességekre alapozva – a spirális tananyagfelépítést szem előtt tartva – az egyes témakörök új ismeretei matematikai szempontból egyre pontosabb és elvontabb formában jelennek meg a tanulási-tanítási folyamat során. Egyre határozottabb a fogalmak pontos definiálásának, az állítások, tételek indoklásának, bizonyításának, valamint az általánosításnak az igénye. Erre a szakaszra fokozottan jellemző az ismeretek egységes rendszerbe foglalása, a rendszerezés.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló lehetőleg a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában vagy önállóan megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést.

A 9–10. évfolyamon megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Ebben a szakaszban jelennek meg az elsőfokú egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek; másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek; a függvény fogalma, függvénytulajdonságok; a kör és részei. Vannak olyan témakörök, amelyek megjelennek más területek tanítása során is, ezért a tananyag egyes részeihez javasolt óraszámok nem feltétlenül jelentenek időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése lehetővé teszi a hétköznapi vagy matematikai nyelven megfogalmazott problémák és a megoldás során alkalmazott matematikai modellek körének bővülését.

A 9. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszáma 144 óra.

A témakörök áttekintő táblázata:

|  |  |
| --- | --- |
| **Témakör neve** | **Javasolt óraszám** |
| **Halmazok** | 10 |
| **Matematikai logika** | 4 |
| **Kombinatorika, gráfok** | 8 |
| **Számhalmazok, műveletek** | 8 |
| **Hatvány, gyök** | 10 |
| **Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során** | 14 |
| **Arányosság, százalékszámítás** | 5 |
| **Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek** | 23 |
| **A függvény fogalma, függvénytulajdonságok** | 16 |
| **Geometriai alapismeretek** | 5 |
| **Háromszögek** | 12 |
| **Négyszögek, sokszögek** | 5 |
| **A kör és részei** | 5 |
| **Transzformációk, szerkesztések** | 14 |
| **Leíró statisztika** | 5 |
| **Összes óraszám:** | 144 |

**Témakör:** **Halmazok**

**Javasolt óraszám:** **10 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
* véges halmazok elemszámát meghatározza;
* alkalmazza a logikai szita elvét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* adott halmazt diszjunkt részhalmazaira bont, osztályoz;
* halmazokat különböző módokon megad;
* halmazokkal műveleteket végez, azokat ábrázolja és értelmezi.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben
* Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával
* Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése
* Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése
* Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével
* Szemléletes kép végtelen halmazokról

### **Fogalmak**

alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram; halmazműveletek: unió, metszet, különbség, komplementer halmaz; diszjunkt halmazok, halmaz elemszáma, logikai szita

### **Javasolt tevékenységek**

* Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy a matematikából vett, konkrétan vagy digitálisan megjelenített alaphalmazból megadott tulajdonságokkal rendelkező elemek válogatása
* Konkrét részhalmaz esetén a részhalmaz képzési szempontjainak megállapítása
* A történelem, a művészetek, a tudományok, a sport neves személyiségeinek kitalálása különböző tulajdonságok alapján
* Barkochba játék
* A „végtelen szálloda” mint modell
* Megszámlálhatóan végtelen számosságú halmazok elemei között egyértelmű hozzárendelés felfedeztetése, például a pozitív természetes számok halmazának számossága megegyezik a pozitív páros számok halmazának számosságával

**Témakör:** **Matematikai logika**

**Javasolt óraszám:** **4 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
* tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* adott állításról eldönti, hogy igaz vagy hamis;
* alkalmazza a tagadás műveletét egyszerű feladatokban;
* ismeri és alkalmazza az „és”, a (megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentését;
* megfogalmazza adott állítás megfordítását;

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* A matematikai bizonyítás fogalma
* Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)
* Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban
* A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban
* Adott állítás megfordításának megfogalmazása
* Stratégiai és logikai játékok

### **Fogalmak**

tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”,

### **Javasolt tevékenységek**

* „Bírósági tárgyalás”, ahol az osztály tanulói a védők és a vádlók egy állítás indoklására, cáfolására
* „Mit állít a szigetlakó?”, „Ki volt a tettes, ha...?” típusú feladatok eljátszása, megoldása csoportmunkában
* Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”
* Stratégiai játékok, például egyszerű NIM játékok, táblás játékok
* Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

**Témakör:** **Kombinatorika, gráfok**

**Javasolt óraszám:** **8 óra**

**Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
* a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
* a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
* megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
* konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;
* véges halmazok elemszámát meghatározza;
* alkalmazza a logikai szita elvét.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel
* Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban
* Esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában
* Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában
* Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására

### **Fogalmak**

gráf, gráf csúcsa, gráf éle

### **Javasolt tevékenységek**

* Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámlálással és a szorzási és/vagy esetszétválasztási elv alkalmazásával
* Geometriai eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására
* Néhány feltételt tartalmazó tanulói órarend készítése kis elemszámmal
* Azonos modellen alapuló, de különböző megfogalmazású feladatok megoldása
* Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű kombinatorikafeladatokhoz saját szöveg írása
* Téves megoldású kombinatorikafeladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása
* Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal
* Adott gráfhoz hozzáillő feladatszöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában

**Témakör:** **Számhalmazok, műveletek**

**Javasolt óraszám**: **8 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
* ismer példákat irracionális számokra.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* a kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás műveleti azonosságokat helyesen alkalmazza különböző számolási helyzetekben;
* racionális számokat tizedes tört és közönséges tört alakban is felír;
* ismeri a valós számok és a számegyenes kapcsolatát;
* ismeri és alkalmazza az abszolút érték, az ellentett és a reciprok fogalmát;
* a számolással kapott eredményeket nagyságrendileg megbecsüli, és így ellenőrzi az eredményt;
* valós számok közelítő alakjaival számol, és megfelelően kerekít.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Műveleti azonosságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás), zárójelek helyes használata
* Tizedes törtek átírása közönséges tört alakba és viszont
* Irracionális számok szemléltetése
* Racionális számok elhelyezkedése számegyenesen
* Nyílt és zárt intervallumok fogalmának ismerete és alkalmazása
* Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokának meghatározása
* Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése
* Valós számok adott jegyre kerekítése
* Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése

### **Fogalmak**

racionális szám, irracionális szám, valós szám, nyílt intervallum, zárt intervallum, abszolút érték, ellentett, reciprok

### **Javasolt tevékenységek**

* A számológép helyes használatának elsajátítása, például műveleti sorrend, zárójelek
* Írásban elvégzett műveletek ellenőrzése számológéppel
* Célszám megközelítése adott számjegyekkel, műveleti jelek és zárójelek használatával
* Tanulói kiselőadás a helyi értékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásának történetéről
* A tanteremben vagy a tanterem környezetében végzett mérések esetén a megfelelő kerekítés alkalmazása
* Adott mérés elvégzése esetén a mérési hiba következményeinek vizsgálata

**Témakör:** **Hatvány, gyök**

**Javasolt óraszám:** **10 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
* ismeri és alkalmazza oszthatósági feladatok megoldásában;
* ismeri és alkalmazza a normálalak fogalmát;
* ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát és azonosságait

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre
* Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre
* A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése
* A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén
* Számok normálalakja
* Számolás normálalak segítségével
* A négyzetgyök definíciója
* Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével
* A négyzetgyökvonás azonosságai

### **Fogalmak**

hatványalap, hatványkitevő, normálalak, négyzetgyök

### **Javasolt tevékenységek**

* Projektmunka: hányszor lehet félbehajtani egy nagyméretű papírt? Keresés az interneten, kísérlet végzése például egy teljes guriga vécépapírral
* Internetes forrásból származó, nagyon kicsi vagy nagyon nagy számokat tartalmazó cikkek valóságtartalmának megállapítása páros vagy csoportmunkában

**Témakör:** **Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során**

**Javasolt óraszám:** **14 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* műveleteket végez algebrai kifejezésekkel;
* ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat;
* átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa
* Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során
* Az (*a* + *b*)2, az (*a* – *b*)2 és az (*a* + *b*)(*a* – *b*) kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)
* Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel
* Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával
* Az algebrai tört fogalmának ismerete, műveletek algebrai törtekkel
* az emeletes törtek kezelése

### **Fogalmak**

összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom, algebrai tört, emeletes tört

### **Javasolt tevékenységek**

* „Gondolj egy számra, és én kitalálom” játék, matematikai bűvésztrükkök algebrai magyarázata
* Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése
* A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése
* Számolási „trükkök” a nevezetes azonosságok segítségével, például kétjegyű számok négyzetének, 99 · 101 típusú szorzat eredményének kiszámolása fejben

**Témakör:** **Arányosság, százalékszámítás**

**Javasolt óraszám:** **5 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
* ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri és alkalmazza az egyenes és a fordított arányosságot.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
* Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése
* Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes, gyökös)
* Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárokra a mindennapi életből
* Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása

### **Fogalmak**

egyenes arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százalékérték, százalékláb

### **Javasolt tevékenységek**

* Összetett, valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatok megoldása csoportmunkában, szükség esetén grafikon segítségével
* Háztartási számlák elemzése az azokon megjelenő egységárak és fizetendő összegek figyelembevételével

**Témakör:** **Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek**

**Javasolt óraszám:** **23 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
* adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
* a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
* a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
* a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
* felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
* egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás;
* megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszereket.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
* Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
* A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
* A kiválasztott modellben a probléma megoldása
* A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
* Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete
* Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvvel és grafikusan
* Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusan
* Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keveréses feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)
* Egyszerű abszolútértékes egyenlet megoldása algebrai és grafikus úton
* Szorzattá alakítással megoldható egyenletek

### **Fogalmak**

alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelv

### **Javasolt tevékenységek**

* Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából
* Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata
* Nyílt végű problémák megoldása
* Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában
* Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése

**Témakör:** **A függvény fogalma, függvénytulajdonságok**

**Javasolt óraszám:** **16 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
* adott értékkészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;
* adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;
* táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;
* a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű
* Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete
* Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése
* Függvények ábrázolása táblázat alapján
* Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására
* A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékkészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása
* Lineáris függvény, másodfokú függvény, abszolútérték függvény, négyzetgyökfüggvény, fordított arányosságot leíró függvény (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai
* Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: *f*(*x*) + *c*, *f*(*x* + *c*), *c*·*f*(*x*), |*f*(*x*)|; -*f*(*x*)
* Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján
* Egyszerű függvények esetén az *f*(*x*) = *c* alapján *x* meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
* Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása

### **Fogalmak**

egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékkészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás

### **Javasolt tevékenységek**

* Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában
* Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet)
* A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon az iskolába való eljutásról)
* Egyszerű, másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése
* Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével
* Barkochba játék a függvényekkel kapcsolatos fogalmak használatával
* Szöveges feladatok megoldása grafikus úton
* Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével

**Témakör:** **Geometriai alapismeretek**

**Javasolt óraszám:** **5 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
* felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri és használja a pont, egyenes, sík (térelemek) és szög fogalmát;
* ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait;
* ismeri az alapszerkesztéseket, és ezeket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban
* Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása
* Nevezetes szögpárok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek
* A szakaszfelező merőleges és a szögfelező mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete
* Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata
* Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása

### **Fogalmak**

pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező

### **Javasolt tevékenységek**

* Az osztályteremben vagy a terem környezetében „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezek távolságának megmérése
* Számszerű adatként csak a méretarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése
* Számszerű adatként csak méretarányt tartalmazó térképen adott helységektől (közelítőleg) egyenlő távolságra levő helységek megkeresése

**Témakör:** **Háromszögek**

**Javasolt óraszám:** **12 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
* ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
* sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
* kiszámítja háromszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait;
* ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;
* ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint
* Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között
* Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög
* A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör
* Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása
* A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
* A Pitagorasz-tétel bizonyítása
* Háromszög területének kiszámítása

### **Fogalmak**

szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör

### **Javasolt tevékenységek**

* A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában
* Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzattá páros vagy csoportmunkában
* A derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása a Pitagorasz-tételnek megfelelő módon, pitagoraszi tangramok vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával

**Témakör:** **Négyszögek, sokszögek**

**Javasolt óraszám:** **5 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
* ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
* sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
* ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
* átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása
* Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása
* Szabályos sokszög fogalmának ismerete
* Szabályos sokszög területe átdarabolással

### **Fogalmak**

trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög

### **Javasolt tevékenységek**

* Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással
* A belső és a külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
* Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan

**Témakör:** **A kör és részei**

**Javasolt óraszám:** **5 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
* ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
* sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét;
* ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;
* ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával
* Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével
* Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása
* Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak
* A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
* A Thalész-tétel bizonyítása

### **Fogalmak**

középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok

### **Javasolt tevékenységek**

* Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával; különböző méretű körök esetén a kapott adatok táblázatba foglalása
* A Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával

**Témakör:** **Transzformációk, szerkesztések**

**Javasolt óraszám:** **14 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
* ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
* alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismer példákat geometriai transzformációkra;
* ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát;
* megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükörképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltoltját hagyományosan és digitális eszközzel;
* geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)
* A tengelyes tükrözés, a középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás ismerete, tulajdonságaik
* A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével
* Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása
* Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel
* Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban
* Az egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
* Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása
* Négyszögek egybevágósága
* Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diszkusszió
* Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parkettázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata)

### **Fogalmak**

tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege

### **Javasolt tevékenységek**

* Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés
* A középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás bemutatása mint két tengelyes tükrözés egymásutánja
* M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása
* A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
* A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénzforgatós, színezős) páros munkában

**Témakör:** **Leíró statisztika**

**Javasolt óraszám:** **5 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
* hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
* felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése
* Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból
* Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel
* A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések
* Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel
* Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása
* Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont
* Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén
* A középértékek tulajdonságainak és alkalmazhatóságának ismerete

### **Fogalmak**

oszlopdiagram, kördiagram, átlag, medián, módusz

### **Javasolt tevékenységek**

* Adatgyűjtés megtervezése, például forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés előkészítése
* A megtervezett statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, az eredmények szemléltetése grafikonok segítségével, a kapott eredmények értékelő bemutatása tanulói kiselőadás formájában
* Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy ezek jellemezhetők-e az ismert középértékekkel
* Érvelés a tanuló saját érdemjegyei alapján különböző statisztikai jellemzők segítségével a kedvezőbb év végi jegyért
* Különböző sportágak értékelési rendszerének és statisztikáinak bemutatása tanulói kiselőadás keretében
* Osztályok/tantárgyak eredményeinek összehasonlítása érdemjegyek és ezek középértékei alapján
* Csoportmunka keretében adott céllal készülő, megtévesztő oszlop- és kördiagramok készítése, ezek szóbeli értékelése, javítása.

## **10. évfolyam**

A 10. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszáma 144 óra

A témakörök áttekintő táblázata:

|  |  |
| --- | --- |
| **Témakör neve** | **Javasolt óraszám** |
| **Matematikai logika** | 8 |
| **Kombinatorika, gráfok** | 10 |
| **Hatvány, gyök** | 14 |
| **Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek** | 30 |
| **A függvény fogalma, függvénytulajdonságok** | 16 |
| **Háromszögek, négyszögek, sokszögek** | 14 |
| **A kör és részei** | 12 |
| **Hasonlósági transzformáció és alkalmazása** | 20 |
| **Leíró statisztika** | 8 |
| **Valószínűség-számítás** | 12 |
| **Összes óraszám:** | 144 |

**Témakör:** **Matematikai logika**

**Javasolt óraszám:** **8 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
* megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
* tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* alkalmazza a tagadás műveletét egyszerű feladatokban;
* ismeri és alkalmazza az „és”, a (megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentését;
* megfogalmazza adott állítás megfordítását;
* helyesen használja a „minden” és „van olyan” kifejezéseket.
* skatulya- elv és alkalmazása bizonyításokban

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* A matematikai bizonyítás fogalma
* Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)
* Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban
* A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban
* A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben
* Adott állítás megfordításának megfogalmazása
* „Ha…, akkor…” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása
* Stratégiai és logikai játékok

### **Fogalmak**

tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy…, vagy…”, „ha…, akkor…”, „akkor és csak akkor”

### **Javasolt tevékenységek**

* „Bírósági tárgyalás”, ahol az osztály tanulói a védők és a vádlók egy állítás indoklására, cáfolására
* „Mit állít a szigetlakó?”, „Ki volt a tettes, ha...?” típusú feladatok eljátszása, megoldása csoportmunkában
* Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”
* Stratégiai játékok, például egyszerű NIM játékok, táblás játékok
* Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

**Témakör:** **Kombinatorika, gráfok**

**Javasolt óraszám:** **10 óra**

**Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
* a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
* a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
* megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
* konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;
* véges halmazok elemszámát meghatározza;
* alkalmazza a logikai szita elvét.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel
* Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban
* Esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában
* Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában
* Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására

### **Fogalmak**

gráf, gráf csúcsa, gráf éle

### **Javasolt tevékenységek**

* Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámlálással és a szorzási és/vagy esetszétválasztási elv alkalmazásával
* Geometriai eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására
* Néhány feltételt tartalmazó tanulói órarend készítése kis elemszámmal
* Azonos modellen alapuló, de különböző megfogalmazású feladatok megoldása
* Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű kombinatorikafeladatokhoz saját szöveg írása
* Téves megoldású kombinatorikafeladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása
* Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal
* Adott gráfhoz hozzáillő feladatszöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában

**Témakör:** **Hatvány, gyök**

**Javasolt óraszám:** **14 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát;
* ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri és alkalmazza a négyzetgyök, az n-edik gyök fogalmát és azonosságait;
* ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
* ismeri és alkalmazza a normálalak fogalmát.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre
* Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre
* A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése
* A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén
* Számok normálalakja
* Számolás normálalak segítségével
* A négyzetgyök, az n-edik gyök fogalma
* Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével
* A négyzetgyökvonás azonosságai
* Az n-edik gyökvonás azonosságai,
* a nevező gyöktelenítése

### **Fogalmak**

hatványalap, hatványkitevő, normálalak, négyzetgyök

### **Javasolt tevékenységek**

* Projektmunka: hányszor lehet félbehajtani egy nagyméretű papírt? Keresés az interneten, kísérlet végzése például egy teljes guriga vécépapírral
* Internetes forrásból származó, nagyon kicsi vagy nagyon nagy számokat tartalmazó cikkek valóságtartalmának megállapítása páros vagy csoportmunkában

**Témakör:** **Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek**

**Javasolt óraszám:** **30 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
* adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
* a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
* a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
* a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
* felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
* egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket; ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet és a gyöktényezős alakot.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
* Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
* A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
* A kiválasztott modellben a probléma megoldása
* A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
* Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal
* Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel és grafikusan
* Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása
* Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusan
* Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása
* 
* A másodfokú egyenlet diszkriminánsának előjele és az egyenlet megoldásainak száma közötti összefüggés ismerete
* Egyszerű másodfokú egyenletrendszerek megoldása
* Egyszerű törtes egyenletek megoldása
* Két pozitív szám számtani és mértani közepe közötti összefüggés ismerete, alkalmazása
* Egyszerű másodfokú szélsőérték-feladatok megoldása
* szélsőérték feladatok megoldása grafikusan

### **Fogalmak**

másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényezős alak, ekvivalens átalakítás

számtani közép, mértani közép

### **Javasolt tevékenységek**

* Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve
* Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során
* Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről, érdekességeiről
* Hétköznapi életből vett és matematikai szélsőérték-problémák megoldása több módszerrel (függvényábrázolással, algebrai átalakítással, számtani-mértani közép segítségével.

**Témakör:** **A függvény fogalma, függvénytulajdonságok**

**Javasolt óraszám:** **16 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
* adott értékkészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;
* adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;
* táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;
* a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Függvények ábrázolása táblázat alapján
* Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására
* A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékkészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása
* Hatványfüggvény, gyökfüggvény ábrázolása, jellemzése
* Egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: *f*(*x*) + *c*, *f*(*x* + *c*), *c*·*f*(*x*), |*f*(*x*)|

### **Fogalmak**

### hatványfüggvény, gyökfüggvény,

### **Javasolt tevékenységek**

* Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet)
* A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon az iskolába való eljutásról)
* Egyszerű, másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése
* Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével

**Témakör:** **Háromszögek, négyszögek, sokszögek**

**Javasolt óraszám:** **14 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
* ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
* sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
* kiszámítja háromszögek területét.
* ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
* ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
* sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
* ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
* átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait;
* ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;
* ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.
* ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög
* A magasságtétel és a befogótétel ismerete és alkalmazása
* Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása
* Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása
* Szabályos sokszög fogalmának ismerete
* Szabályos sokszög területe átdarabolással

### **Fogalmak**

szabályos háromszög, derékszögű háromszög, magasságvonal, húrnégyszögek

### **Javasolt tevékenységek**

* A háromszögek hasonlóságára vonatkozó feladatok felfedeztetése, gyakorlati alkalmazások páros vagy csoportmunkában
* Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzattá páros vagy csoportmunkában
* A magasságtétel és a befogótétel alkalmazása a nevezetes közepek megszerkesztésére és a köztük fennálló egyenlőtlenségek bizonyítására
* A belső és a külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
* Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan

**Témakör:** **A kör és részei**

**Javasolt óraszám:** **12 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
* ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
* sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét;
* ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;
* ismeri a kerületi és középponti szög fogalmát és a köztük lévő kapcsolatot.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával
* Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével
* Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása
* Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak
* Kerületi szög ismerete. kerületi és középponti szög közti kapcsolat ismerete
* Szög mérése ívmértékkel; fok és ívmérték közti kapcsolat ismerete, alkalmazása

### **Fogalmak**

középponti szög, kerületi szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok, érintőnégyszög, ívmérték, radián

### **Javasolt tevékenységek**

* Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával; különböző méretű körök esetén a kapott adatok táblázatba foglalása
* A Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával
* Trimino alkalmazása a fok és az ívmérték közötti kapcsolat játékos gyakorlására

**Témakör:** **Hasonlósági transzformáció és alkalmazása**

**Javasolt óraszám:** **20 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt
* ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismer példákat geometriai transzformációkra;
* ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát;
* ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt, a hasonlósági transzformációt és az alakzatok hasonlóságát;
* megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükörképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltoltját hagyományosan és digitális eszközzel; ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;
* ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;
* ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket.
* geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)
* A középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció ismerete, tulajdonságai
* A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
* Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)

### **Fogalmak**

középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya

### **Javasolt tevékenységek**

* Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés
* Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában
* Valódi távolságok, valódi útvonalak hosszának meghatározása papíralapú térkép alapján

**Témakör:** **Leíró statisztika**

**Javasolt óraszám:** **8 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
* hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
* felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén
* ismeri a szórás fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése
* Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból
* Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel
* A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések
* Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel
* Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása
* Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont
* Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén
* A középértékek tulajdonságainak és alkalmazhatóságának ismerete

### **Fogalmak**

oszlopdiagram, kördiagram, átlag, medián, módusz, szórás

### **Javasolt tevékenységek**

* Adatgyűjtés megtervezése, például forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés előkészítése
* A megtervezett statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, az eredmények szemléltetése grafikonok segítségével, a kapott eredmények értékelő bemutatása tanulói kiselőadás formájában
* Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy ezek jellemezhetők-e az ismert középértékekkel
* Érvelés a tanuló saját érdemjegyei alapján különböző statisztikai jellemzők segítségével a kedvezőbb év végi jegyért
* Különböző sportágak értékelési rendszerének és statisztikáinak bemutatása tanulói kiselőadás keretében
* Osztályok/tantárgyak eredményeinek összehasonlítása érdemjegyek és ezek középértékei alapján
* Csoportmunka keretében adott céllal készülő, megtévesztő oszlop- és kördiagramok készítése, ezek szóbeli értékelése, javítása.

**Témakör:** **Valószínűség-számítás**

**Javasolt óraszám:** **12 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* tapasztalatai alapján véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére észszerűen tippel;
* véletlen kísérletek adatait rendszerezi, relatív gyakoriságokat számol, nagy elemszám esetén számítógépet alkalmaz.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése
* A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon
* A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása
* Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel

### **Fogalmak**

valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás

### **Javasolt tevékenységek**

* Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (például dobások szabályos dobókockákkal, pénzérmékkel); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; tippelés az egyes kimenetelekre és becslés a bekövetkezésük valószínűségére
* Játékokban a szerencsefaktor vizsgálata, például „Ki nevet a végén” játék esetében az első hatos dobás eloszlása
* Különböző társasjátékokban stratégia meghatározása, döntéshozatal esélylatolgatás alapján
* Különböző szerencsejátékok (lottó, totó, póker, black jack, internetes sportfogadások) esetében a nyerési esély összehasonlítása