# Matematika

A hat évfolyamos gimnáziumi képzésben a matematika tanulása-tanítása során a tudástartalmak fokozatosan válnak egyre elvontabbá. A konkrét tárgyi tevékenységekből indulva a képi szemléltetések, ábrázolások mellett egyre inkább megjelennek a szimbolikus modellek. A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésen alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye. Felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

A 7–8. évfolyamon a tanítás fő módszere a felfedeztetés, a konkrét tevékenységből, játékból, hétköznapi szituációból fakadó indukció. A tanuló konkrét helyzetek megoldására modelleket, stratégiákat alkalmaz és alkot, ezáltal fejlődik problémamegoldó és problémaalkotó képessége.

A 9. évfolyamtól kezdődően hangsúlyosabbá válik a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának fejlesztése. A spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztethetők. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. A bizonyítások, indoklások önálló felfedezése fejleszti a tanulók érvelési képességét, mérlegelő gondolkodását. Néhány tétel bizonyítása elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése.

A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát. A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. A tanulók megtapasztalják a matematika alkalmazhatóságát, hasznosságát.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulónak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését a matematika iránt.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

## **7–8. évfolyam**

A 7–8. évfolyamon a korábbinál nagyobb hangsúlyt kap az elvonatkoztatás és az absztrakció képességének fejlesztése, miközben továbbra is megmarad a szemléltetés és az eszközök használata. Elvárható a tapasztalatok általános megfogalmazása, a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezése, a megsejtett összefüggések indoklásának igénye és a tanult matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések helyes használata. Fejlődik a vitatkozás és az érvelés kultúrája az osztálytársakkal és a szaktanárral.

A 7–8. évfolyamon továbbra is tematikus elrendezésben követik egymást az egyes fejezetek: ***Halmazok, számhalmazok****;* ***Matematikai logika, kombinatorika, gráfok****;* ***Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök****;* ***Arányosság, százalékszámítás****;* ***Szöveges feladatok előkészítése****;* ***Szöveges feladatok****;* ***A függvény fogalmának előkészítése****,* ***Síkbeli alakzatok****;* ***Transzformációk, szerkesztések****;* ***Térgeometria;******Leíró statisztika; Valószínűség-számítás.*** Az egyes területek ismeretanyaga jelen van más témakörökben is, folyamatosan gazdagítva a szakmai eszköztárat. A szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása tervek, vázlatok alapján, általánosabb eljárási módokat, gyakran algoritmusokat alkalmazva történik.

Az ismeretek bővülésével lehetővé válik a más tantárgyakhoz való kapcsolódás, a kitekintés lehetősége, a témák rendszerezése, több területen való megjelenése. A nevelési-oktatási szakasz során egyre komplexebbé válik a szemléletmód.

A szemléltetést, a megértést, az órai vagy házi feladatok megoldását és a gondolatmenet bemutatását a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

## **7. évfolyam**

A témakörök áttekintő táblázata:

|  |  |
| --- | --- |
| **Témakör neve** | **Javasolt óraszám** |
| **Halmazok, számhalmazok** | 17 |
| **Matematikai logika, kombinatorika, gráfok** | 12 |
| **Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök** | 14 |
| **Arányosság, százalékszámítás** | 12 |
| **Szöveges feladatok előkészítése** | 13 |
| **Szöveges feladatok** | 11 |
| **A függvény fogalmának előkészítése** | 10 |
| **Síkbeli alakzatok** | 18 |
| **Transzformációk, szerkesztések** | 13 |
| **Térgeometria** | 14 |
| **Leíró statisztika** | 5 |
| **Ismétlés** | 5 |
| **Összes óraszám:** | 144 |

**Témakör:** **Halmazok, számhalmazok**

**Javasolt óraszám:** **17 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
* részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
* számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol;
* véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
* ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre;
* jártasságot szerez egész számokkal, racionális számokkal végzett műveletekben.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Halmazokba rendezés több szempont szerint
* Halmazábra készítése
* Számok, számhalmazok szemléltetése számegyenesen
* Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben
* Véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben
* Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése
* Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete
* Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre
* Egész számokkal, racionális számokkal végzett műveletek
* Intervallumok szemléltetése számegyenesen
* Részhalmazok számának meghatározása konkrét esetekben

### **Fogalmak**

metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám, véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört, alaphalmaz, intervallum

### **Javasolt tevékenységek**

* Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint
* Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése
* Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, … elemű részhalmazok képzése
* Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítása
* Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például A={paralelogrammák} halmaz részhalmaza B={rombuszok}, nem részhalmaza C={deltoidok}
* Csoportmunkában különböző közönséges törtek átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése
* Játék makaó jellegű kártyával: törtek különböző alakjainak keresése
* Számhalmazok megjelenítése relációkkal, intervallum jelöléssel és számegyenesen
* Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz számának meghatározása; kitekintés az általánosítás felé

**Témakör:** **Matematikai logika, kombinatorika, gráfok**

**Javasolt óraszám:** **12 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
* tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
* a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
* összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása
* A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
* Egyszerű stratégiai és logikai játékok
* Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is
* Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül
* Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás

### **Fogalmak**

„minden”, „van olyan”, „ha …, akkor …”, sejtés, módszeres próbálkozás, cáfolat

### **Javasolt tevékenységek**

* „Bírósági tárgyalás” játék
* „Einstein-fejtörő” típusú játék
* „Rontó” játék
* NIM játék; táblás játékok
* Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett
* Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is)
* Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása
* Lehetséges útvonalak összeszámlálása
* Fagylalt vásárlása kehelybe vagy tölcsérbe
* Számkártyás feladatok megoldása

**Témakör:** **Számelméleti ismeretek, hatvány**

**Javasolt óraszám:** **14 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényezős felbontását 1000-es számkörben;
* meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;

egész számok természetes kitevőjű hatványát kiszámolja;

fel tud írni számokat különböző számrendszerekbe és vissza tud írni tizes számrendszerbe

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül
* Összetett számok prímtényezős felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben
* Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása
* Egész számok természetes kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényezős felbontás felírása hatványokkal
* Számok különböző számrendszerekbe átírása, visszaírása
* Relatív prímek felismerése
* 10 pozitív egész kitevőjű hatványainak alkalmazása a helyi érték táblázatban

### **Fogalmak**

prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, relatív prímek

### **Javasolt tevékenységek**

* Eratoszthenészi szita alkalmazása prímek keresésére
* Prímtényezős felbontás kirakása színes rudakkal
* Prímtényezős felbontás algoritmusának megmutatása
* „Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére
* Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezőkkel
* Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére
* Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására
* Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel
* „Bumm” játék a relatív prímek felismerésére
* Triminó a negatív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazására
* 10 pozitív egész kitevőjű hatványainak megfigyelése a mértékváltásnál

**Témakör:** **Arányosság, százalékszámítás**

**Javasolt óraszám:** **12 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
* felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
* felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
* idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben
* Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom
* A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
* Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása

### **Fogalmak**

Egyenes és fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei

aránypár, arányos osztás

### **Javasolt tevékenységek**

* Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén
* A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával
* Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén
* Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása
* Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; csoportmunkában a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése
* Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel
* Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges
* A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után
* Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal
* **Arányos osztásra vonatkozó ismert „furfangos” feladatok bemutatása, hasonló feladatok készítése önállóan**

**Témakör:** **Szöveges feladatok előkészítése**

**Javasolt minimum óraszám:** **13 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;
* egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel;
* egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére
* Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása
* Helyettesítési érték számolása
* Egytagú kifejezések számmal való szorzása
* Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása
* Két tagból közös számtényező kiemelése
* Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással
* Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvvel
* Egyismeretlenes elsőfokú egyenlőtlenség megoldása mérlegelvvel

### **Fogalmak**

változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv, egyenlőtlenség, alaphalmaz, megoldáshalmaz

### **Javasolt tevékenységek**

* Adott problémához többféle, ismeretlent tartalmazó műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
* Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó műveletsor megalkotása
* Adott, ismeretlent tartalmazó műveletsorhoz szöveges feladat írása
* „Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása
* „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. A fejben alkalmazott lebontogatási stratégia felfedése és formális leírása
* Mérlegelv bevezetése kétkarú mérleg alkalmazásával
* Egyismeretlenes elsőfokú egyenlőtlenség megoldási algoritmusának bemutatása kétkarú mérleg alkalmazásával

**Témakör:** **Szöveges feladatok**

**Javasolt óraszám:** **20 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
* gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
* gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása)
* Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel
* Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel
* Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása
* Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése

### **Fogalmak**

ellenőrzés

### **Javasolt tevékenységek**

* Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával
* Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó bér, nettó bér, adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel;
* a költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány;
* egy tizenéves pénztárcája: zsebpénz, diákmunka, alkalmi jövedelmek, kimutatás a pénzmozgásokról, saját pénzügyi célok, tervek; korszerű pénzkezelés: bankszámla, bankkártyaválasztás, megtakarítások

**Témakör:** **A függvény fogalmának előkészítése**

**Javasolt óraszám:** **10 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
* felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
* értéktáblázatok adatait grafikusan ábrázolja;
* egyszerű grafikonokat jellemez.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
* Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés – csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont
* Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása
* Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása
* Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben
* Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása

### **Fogalmak**

megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon

### **Javasolt tevékenységek**

* A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése
* Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
* A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
* Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; csoportmunkában a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése); a tapasztalatok irányított összegzése
* Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása
* Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása

**Témakör:** **Síkbeli alakzatok**

**Javasolt óraszám: 18 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
* ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
* ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
* a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
* meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
* különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Háromszögek külső szögeinek összege
* Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma
* A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra
* Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások
* Ismerkedés a háromszög magasságvonalával

### **Fogalmak**

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, háromszög magasságvonala, magassága

### **Javasolt tevékenységek**

* Párhuzamos szélű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalapból négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása
* Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése
* Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
* „Rontó” játék speciális négyszögekkel
* Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása
* Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása
* Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása
* A háromszög magasságvonalainak megszerkesztésével sejtés megfogalmazása

**Témakör:** **Transzformációk, szerkesztések**

**Javasolt óraszám:** **13 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükörképét;
* geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
* ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása
* Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
* Alakzatok középpontos tükörképének megszerkesztése
* Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
* Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió
* Dinamikus geometriai szoftver használata

### **Fogalmak**

szimmetria tengely, tengelyes szimmetria, szimmetria-középpont, középpontos szimmetria

### **Javasolt tevékenységek**

* Ábrák másolása másolópapír (például sütőpapír) segítségével; a másolat síkban való pont körüli elfordítása 180°-kal; tulajdonságok megfigyelése
* Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása
* Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)
* Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése
* Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel

**Témakör:** **Térgeometria**

**Javasolt óraszám:** **14 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* a kocka, a téglatest, a hasáb, henger hálóját elkészíti;
* testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
* ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
* egyenes hasáb, téglatest, kocka, henger alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb, henger felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
* a kocka, a téglatest, a hasáb, henger tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Környezetünk tárgyaiban a hasáb, henger alakú testek felfedezése
* Hasáb tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
* Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
* Testek hálójának készítése
* Egyenes hasáb, henger alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással

### **Fogalmak**

hasáb, henger, alaplap, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság

### **Javasolt tevékenységek**

* Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
* Hasáb és henger alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
* Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben
* Zsinóros térgeometriai modellek készítése és használata
* Egyenes hasáb, henger alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
* Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)
* Gyűjtőmunka: forgástestek a környezetünkben

**Témakör:** **Leíró statisztika**

**Javasolt óraszám:** **5 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
* adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
* különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
* megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról
* **Fejlesztési feladatok és ismeretek**
* Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése
* Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon
* Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak
* Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint
* Adatok rendszerezése

**Fogalmak**

oszlopdiagram, kördiagram

### **Javasolt tevékenységek**

* Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában
* Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)

## **8. évfolyam**

A témakörök áttekintő táblázata:

|  |  |
| --- | --- |
| **Témakör neve** | **Javasolt óraszám** |
| **Halmazok, számhalmazok** | 13 |
| **Matematikai logika, kombinatorika, gráfok** | 9 |
| **Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök** | 11 |
| **Arányosság, százalékszámítás** | 8 |
| **Szöveges feladatok előkészítése** | 10 |
| **Szöveges feladatok** | 13 |
| **A függvény fogalmának előkészítése** | 11 |
| **Síkbeli alakzatok** | 21 |
| **Transzformációk, szerkesztések** | 8 |
| **Térgeometria** | 16 |
| **Leíró statisztika** | 9 |
| **Valószínűség-számítás** | 12 |
| **Ismétlés** | 3 |
| **Összes óraszám:** | 144 |

**Témakör:** **Halmazok, számhalmazok**

**Óraszám:** **13 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok különbségét képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
* számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol;
* ismeri a halmazok számosságának fogalmát, alkalmazza szöveges feladatokban;
* jártasságot szerez racionális számokkal, emeletes törtekkel végzett műveletekben

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen
* Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok különbségének megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben
* Intervallumok szemléltetése számegyenesen
* Racionális számokkal, emeletes törtekkel hibátlanul végez műveleteket

### **Fogalmak**

kiegészítő halmaz (komplementer), halmazok különbsége

### **Javasolt tevékenységek**

* Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók
* Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán
* A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
* Logikai szita megtapasztalása, például 5 piros meg 4 kör összesen 7 elem a logikai készletből
* Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek és a különbség művelet kapcsolatának bemutatása a halmazábrán

**Témakör:** **Matematikai logika, kombinatorika, gráfok**

**Javasolt óraszám:** **9 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
* tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
* a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
* összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;
* konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása
* A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
* Egyszerű stratégiai és logikai játékok
* Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is
* Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül
* Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás
* Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére

### **Fogalmak**

„minden”, „van olyan”, gráf, gráf csúcsa, gráf éle

„ha …, akkor …”, sejtés, módszeres próbálkozás, cáfolat

### **Javasolt tevékenységek**

* „Bírósági tárgyalás” játék
* „Einstein-fejtörő” típusú játék
* „Rontó” játék
* NIM játék; táblás játékok
* Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett
* Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is)
* Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása
* Lehetséges útvonalak összeszámlálása
* Fagylalt vásárlása kehelybe vagy tölcsérbe
* Számkártyás feladatok megoldása
* Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére
* Logikai készlet épülésének szemléltetése gráffal

**Témakör:** **Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök**

**Javasolt óraszám:** **11 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;
* egész számok természetes kitevőjű hatványát kiszámolja;
* műveleteket végez hatványokkal;
* négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása
* Egész számok természetes kitevőjű hatványának alkalmazása
* Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása
* Műveletek végzése hatványokkal
* Pozitív egész számok négyzetgyökének észszerű pontossággal való megadása számológéppel

### **Fogalmak**

legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám, négyzetszámok négyzetgyöke, pozitív egész számok négyzetgyöke

### **Javasolt tevékenységek**

* „Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére
* Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása, alkalmazása szöveges feladatokban
* Legnagyobb közös osztó alkalmazása szöveges feladatokban
* Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel
* Négyzet területéből a négyzet oldalának meghatározása, ha a terület mérőszáma négyzetszám
* „Bumm” játék a relatív prímek felismerésére
* Triminó a negatív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazására
* Dominó hatványokkal végzett műveletekhez
* Ismerkedés a zsebszámológép hatvány és négyzetgyök funkciójával

**Témakör:** **Arányosság, százalékszámítás**

**Javasolt óraszám:** **8 óra**

### **Tanulási eredmények**

* felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
* felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben
* Egyenes arányosság, fordított arányosság grafikonjának megrajzolása
* Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom
* Banki ajánlatok (ügyfélcsomagok, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása
* Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása

### **Fogalmak**

egyenes és fordított arányosság, százalék, aránypár, arányos osztás

### **Javasolt tevékenységek**

* Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén
* A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával
* Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén
* Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása
* Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; csoportmunkában a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése
* Projektmunka, például összejövetel, jótékonysági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése
* **Arányos osztásra vonatkozó ismert „furfangos” feladatok bemutatása, hasonló feladatok készítése önállóan**

**Témakör:** **Szöveges feladatok előkészítése**

**Javasolt minimum óraszám:** **10 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* egyismeretlenes elsőfokú egyenletet, egyenlőtlenséget lebontogatással és mérlegelvvel megold.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással
* Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvvel
* Egyismeretlenes elsőfokú egyenlőtlenség megoldása mérlegelvvel
* Azonosság, ellentmondás felismerése

### **Fogalmak**

egyenlet, lebontogatás, mérlegelv, azonosság, ellentmondás, egyenlőtlenség, alaphalmaz, megoldáshalmaz

### **Javasolt tevékenységek**

* Triminó játék alkalmazása
* Csoportmunka

**Témakör:** **Szöveges feladatok**

**Javasolt óraszám:** **13 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
* gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
* gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása)
* Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel
* Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel
* Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása
* Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése

### **Fogalmak**

ellenőrzés

### **Javasolt tevékenységek**

* Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával
* Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó bér, nettó bér, adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel;
* a költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány;
* egy tizenéves pénztárcája: zsebpénz, diákmunka, alkalmi jövedelmek, kimutatás a pénzmozgásokról, saját pénzügyi célok, tervek; korszerű pénzkezelés: bankszámla, bankkártyaválasztás, megtakarítások.

**Témakör:** **A függvény fogalmának előkészítése**

**Javasolt óraszám:** **11 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* képlettel adott függvényt táblázat segítségével ábrázol
* adott értékhez megtalálja a helyet, adott helyhez az értéket.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
* értéktáblázatok adatait grafikusan ábrázolja;
* egyszerű grafikonokat jellemez.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
* Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés – csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont
* Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása
* Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása
* Helymeghatározás, értékmeghatározás

### **Fogalmak**

megfeleltetés; grafikon; értelmezési tartomány, függvényérték

### **Javasolt tevékenységek**

* A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése
* Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
* A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
* Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; csoportmunkában a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése); a tapasztalatok irányított összegzése

**Témakör:** **Síkbeli alakzatok**

**Javasolt óraszám: 21 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
* ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
* ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
* a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
* meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
* ismeri a háromszög nevezetes vonalait;
* ismeri a Pitagorasz tételt és alkalmazza számítási feladatokban
* ismeri a kör részeit, a kör kerületét, területét

**Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra
* Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása tanult összefüggéssel; alkalmazások
* Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása
* Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete, kör kerülete, területe
* Ismerkedés a háromszög néhány nevezetes vonalával: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal
* Szabályos sokszögek legfontosabb tulajdonságainak megállapítása ábra alapján
* Pitagoraszi számhármasok

### **Fogalmak**

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk, háromszög oldalfelező merőlegese, szögfelezője, magasságvonala, súlyvonala, középvonala, szabályos sokszög

### **Javasolt tevékenységek**

* Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
* „Rontó” játék speciális négyszögekkel
* Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása
* Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása
* Derékszög kijelölése csomós kötéllel
* Pitagoraszi számhármasok keresése
* Háromszögelési probléma megoldása derékszögű háromszöggel az osztályteremben, az iskola épületében és a játszótéren
* „Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén
* A háromszög oldalfelező merőlegeseinek, szögfelezőinek, magasságvonalainak megszerkesztésével sejtések megfogalmazása a nevezetes pontokról és azok elhelyezkedéséről
* Csoportmunka, projekt készítése a szabályos sokszögek legfontosabb tulajdonságainak bemutatására
* Matematikatörténeti kutatómunka a Pitagoraszi számhármasokról

**Témakör:** **Transzformációk, szerkesztések**

**Javasolt óraszám:** **8 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
* felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;
* ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
* Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió
* Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben
* Dinamikus geometriai szoftver használata

### **Fogalmak**

kicsinyítés, nagyítás

### **Javasolt tevékenységek**

* Kicsinyítés és nagyítás megfigyelése, például háromszögvonalzó külső és belső pereme, makett, modell, tervrajz, fénykép, diavetítés, térkép, mikroszkóp, nagyító
* Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel

**Témakör:** **Térgeometria**

**Javasolt óraszám:** **16 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* a gúla és a kúp hálóját elkészíti;
* testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
* ismeri a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
* a gúla és kúp alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja felszínét és gúla és kúp térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
* ismeri a gömb tulajdonságait;
* a gúla, kúp és a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Környezetünk tárgyaiban a kúp, a gúla és a gömb alakú testek felfedezése
* a gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
* Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
* Testek hálójának készítése
* A gömb tanult testektől eltérő tulajdonságai
* A gömb, mint a Föld modellje: hosszúsági körök, szélességi körök tulajdonságai, síkmetszetek
* Gúla és kúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással
* Ismerkedés a forgáshengerrel és a forgáskúppal

### **Fogalmak**

hasáb, gúla, gömb, alaplap, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság

forgáshenger, forgáskúp

### **Javasolt tevékenységek**

* Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
* kúp és gúla alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
* Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben
* Zsinóros térgeometriai modellek készítése és használata
* A gömb speciális tulajdonságainak megfigyeléséhez testeket tartalmazó készletből elemek választása megadott szempontok alapján
* Földgömb bemutatása matematikai szempontból
* Tapasztalatszerzés a gömbi geometria alapjairól például narancson
* Gúla alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
* Forgástestek származtatása „zászlós” modellel; a forgáshenger és a forgáskúp kiválasztása
* Gyűjtőmunka: forgástestek a környezetünkben

**Témakör:** **Leíró statisztika**

**Javasolt óraszám:** **9 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
* adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
* különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
* megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
* konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése
* Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon
* Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak
* Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint
* Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása
* Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása
* Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása
* Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása

### **Fogalmak**

oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram

### **Javasolt tevékenységek**

* Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában
* Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)
* Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában

**Témakör:** **Valószínűség-számítás**

**Javasolt óraszám:** **12 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
* valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;
* ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is
* Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése
* Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál
* A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során

### **Fogalmak**

esély, gyakoriság, relatív gyakoriság

### **Javasolt tevékenységek**

* Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmékkel, szerencsekerékkel, Galton-deszkával, zsákba helyezett színes golyókkal
* Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok
* Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljünk az események gyakoriságára
* Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja
* Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket
* 21-ezés különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal
* „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít
* „Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteleket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről.